УДК 681.5.03

Волянский Р. С., Садовой А. В.

СИСТЕМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ДВИГАТЕЛЯ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ АКТИВАЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

Современный уровень развития народного хозяйства предъявляет к промышленности ряд жестких требований, удовлетворение которых возможно путем ее интенсификации. Причем процесс интенсификации на современном уровне связан с внедрением новых принципов ведения технологических процессов и разрешением противоречий, которые существуют в применяемых в настоящее время прототипах. К таким противоречиям в первую очередь следует отнести противоречие между точностью ведения процесса и его быстродействием. В настоящее время одним из действенных способов устранения этого противоречия является использование разрывных управлений [1, 2].

Однако, недостатками релейных систем является возникновение скользящего режима, который оказывает неблагоприятное влияние на основные составляющие электромеханической системы и через них на окружающую среду. Устранить эти недостатки можно путем реализации в замкнутых системах скользящих режимов высоких порядков [3].

В таких системах управляющее воздействие представляет собой не разрывный, а гладкий сигнал, который путем выбора соответствующей активационной функции обеспечивает любую желаемую траекторию движения электропривода. Поэтому исследования, посвященные анализу свойств электромеханических систем управления со скользящими режимами второго порядка, являются актуальными.

Ряд предыдущих работ [4, 5] был посвящен синтезу и исследованию оптимальных электромеханических систем, в которых возникают скользящие режимы второго порядка, с простейшей активационной функцией вида:

$$u = f(S) = \begin{cases} sign(S) & \text{при} \quad |S| > 1; \\ |S|^{\alpha} sign(S) & \text{при} \quad |S| \le 1, \end{cases} \tag{1}$$

которая при $\alpha \in [0,1]$ с математической точки зрения представляет собой иррациональную функцию. В выражении (1) S является линией равновесного состояния регулятора:

$$S = \sum_{i=0}^{n} V_{in}\eta_i , \tag{2}$$

где V_{in} – коэффициенты функции Ляпунова.

По своим характеристикам электромеханические системы с управлением (1) занимают промежуточное место между релейными и линейными системами. Причем управляющее воздействие, которое определяется выражением (1), изменяется по отрезкам траекторий, которые близки к линейным. Таким образом создаются предпосылки для поиска активационной функции специального вида, которая позволит существенно улучшить статические и динамические показатели замкнутой электромеханической системы.

Целью настоящей статьи является обоснование вида активационной функции, обеспечивающей формирование управляющего воздействия по траекториям, близким к прямоугольным, и гарантирующей максимальное быстродействие реакции на внешние возмущения.

Условие возникновения скользящего режима второго порядка в окрестностях начала координат фазового пространства можно представить зависимостями:

$$U(S)\Big|_{S=0} = 0, \quad \frac{dU(S)}{dS}\Big|_{S=0} \to \infty, \tag{3}$$

которым однозначно удовлетворяет выражение (1) при любых значениях показателя α. Поэтому активационную функцию следует искать в классе иррациональных функций. Для определения этой функции сформулируем ряд требований к системе управления: максимальное быстродействие в переходных процессах должно обеспечиваться форсировкой управляющего воздействия; при достижении заданного значения регулируемой координаты управляющее воздействие должно снижаться до уровня, обеспечивающего стабилизацию регулируемой координаты с заданной точностью и компенсирующего возникающие отклонения.

Анализ приведенных требований позволяет сделать вывод о том, что в первый момент времени пуска системы показатель степени α должен быть близок к нулю, таким образом обеспечивается подача на объект форсирующего управляющего воздействия. Это можно обеспечить, если показатель степени α сопоставить с текущим значением регулируемой координаты y. С математической точки зрения это соответствует поиску управляющего воздействия в следующем классе иррациональных функций:

$$u = f(S) = \begin{cases} sign(S) & \text{при} \quad |S|^{k|y|} > 1; \\ |S|^{k|y|} sign(S) & \text{при} \quad |S|^{k|y|} \le 1, \end{cases} \tag{4}$$

где k – весовой коэффициент, определяющий характер переходного процесса;

y – регулируемая координата.

Для иллюстрации использования управления (4) рассмотрим следующий пример.

В качестве объекта управления примем привод постоянного тока без учета инерционности якорной цепи. Такой объект управления описывается следующим уравнением:

$$p\omega = -\frac{1}{T_m}\omega + \frac{K\Phi}{T_m}U - \frac{1}{J}M_c. \tag{5}$$

Если в качестве базовой величины принять скорость идеального холостого хода ω_0, то уравнение (4) в относительных единицах можно представить в виде:

$$py = -\frac{1}{T_m}y + \frac{1}{T_m}u - \frac{1}{T_m}f, \tag{6}$$

где:

$$\begin{gathered} y = \frac{\omega}{\omega_0}; u = \frac{U}{U_{\max}}; f = \frac{M_c}{M_{\max}}; \\ U_{\max} = K\Phi\omega_0; M_{\max} = K\Phi I_{\max}; I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R}; T_m = \frac{M_{\max}}{J\omega_0}. \end{gathered} \tag{7}$$

Управление объектом (5) будем искать в виде следующей функции:

$$u = \begin{cases} sign\left(y^* - y\right) & \text{при} \quad g\left|y^* - y\right|^{k\cdot|y|} > 1; \\ g\left|y^* - y\right|^{k\cdot|y|} sign\left(y^* - y\right) & \text{при} \quad g\left|y^* - y\right|^{k\cdot|y|} \le 1, \end{cases} \tag{8}$$

где g – коэффициент усиления регулятора.

При $k|y|=0$ такая система становится разрывной и в ней возникает скользящий режим первого порядка, а при $k|y|=1$ рассматриваемая система обращается в линейную, при $k|y|<1$ в системе возможно возникновение скользящего режима второго порядка.

Покажем, что функция (8) в окрестностях начала координат гарантирует возникновение устойчивого скользящего режима второго порядка при любых значениях переменной состояния y, абсолютные значения которой принадлежит множеству действительных чисел в диапазоне $(0,\ldots,1)$. Для этого продифференцируем (8) по ошибке управления $\Delta y = y^* - y$:

$$\frac{\partial u}{\partial \Delta y} = gk \cdot |y| \left|y^* - y\right|^{k \cdot |y| - 1} sign\left(y^* - y\right) + g\left|y^* - y\right|^{k \cdot y} \delta\left(y^* - y\right), \tag{9}$$

где $\delta\left(y^* - y\right)$ – дельта-функция.

Очевидно, что в силу второго слагаемого производная (9) в начале координат достигает бесконечности. Однако, при $k|y|<1$ первое слагаемое производной (9) при малых ошибках управления Δy также принимает бесконечно большие значения. Таким образом, выполнение второго условия системы (3) доказано. Очевидность выполнения первого условия подтверждается анализом управления (8), которое при ненулевых задающих воздействиях однозначно обращается в нуль при стремлении ошибки Δy к нулю.

Анализ предела:

$$\lim_{\substack{y^* \to 0 \\ y \to 0}} g\left|y^* - y\right|^{k \cdot |y|} sign\left(y^* - y\right) = g \cdot sign\left(y^* - y\right) \tag{10}$$

показывает, что при нулевых значениях сигнала задания y^* система, реализующая алгоритм (8), обращается в классическую релейную систему.

Резюмируя выполненный анализ, можно сделать вывод о том, что управляющее воздействие (4) является обобщением управления (1) и для переменной состояния $y \in (0,1)$ гарантирует возникновение скользящего режима второго порядка.

Представим уравнение (6) в общем виде:

$$py = a_{11}y + m_1 u + n_1 f\ , \tag{11}$$

где $a_{11} = -\dfrac{1}{T_m}$, $m_1 = \dfrac{1}{T_m}$, $n_1 = \dfrac{1}{T_m}$.

Структурная схема замкнутой системы управления объектом (11) с управляющим воздействием (8) показана на рис. 1.

На рис. 2–3 приведены результаты математического моделирования рассматриваемой системы управления при различных значениях коэффициента k. Исследования проведены при следующих параметрах системы $T_m = 0{,}02$ с, $g = 2$ и предположении, что система обладает 20 % запасом по управляющему воздействию. Исследовалась реакция системы на ступенчатые воздействия половинной и единичной амплитуды, пуск системы осуществлялся вхолостую, а затем выполнялось ударное приложение номинального нагрузочного момента. На графиках кривые, соответствующие процессам в исследуемой системе обозначены цифрой 1. Для сравнения показаны переходные процессы в релейной (кривая 2) и линейной (кривая 3) системах.

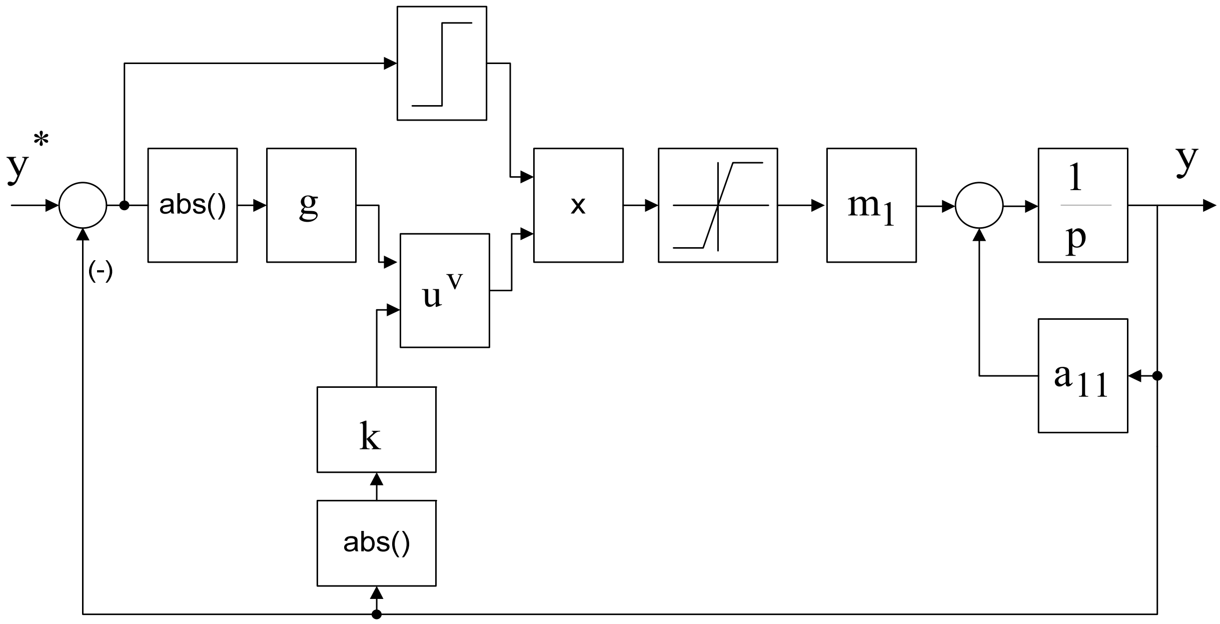

Рис. 1. Структурная схема исследуемой системы управления

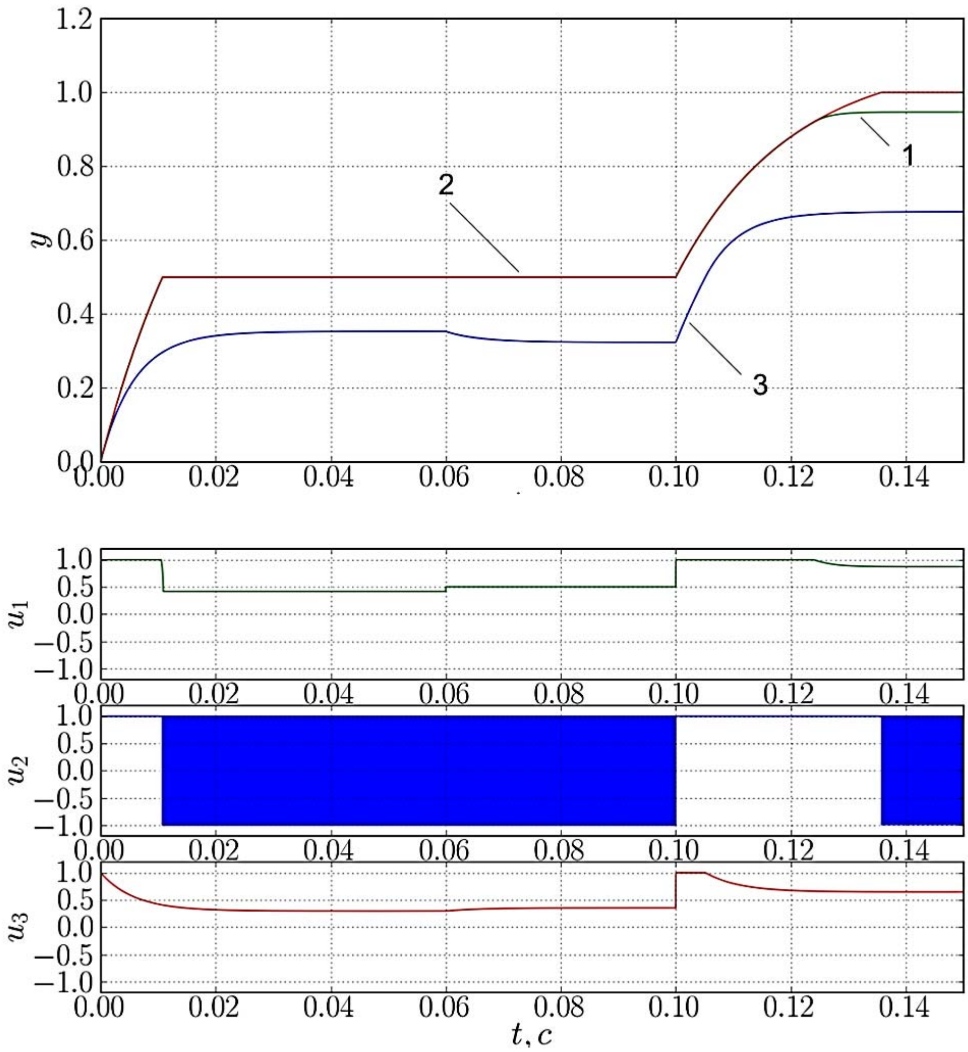

Рис. 2. Переходные процессы при $k = 0{,}3$

Как следует из анализа приведенных переходных процессов, при малых заданиях исследуемая система обеспечивает высокое быстродействие и является инвариантной к внешним воздействиям. С уменьшением коэффициента k повышается точность системы при больших заданиях, однако одновременно с этим при малых заданиях в замкнутой системе возникает скользящий режим 1-го порядка.

Проведенный анализ позволяет сформулировать следующую гипотезу: если изменять коэффициент k в зависимости от параметров ОУ и задающего воздействия, можно в любой момент времени обеспечить желаемую сколь угодно малую ошибку управления в системе со скользящим режимом второго порядка.

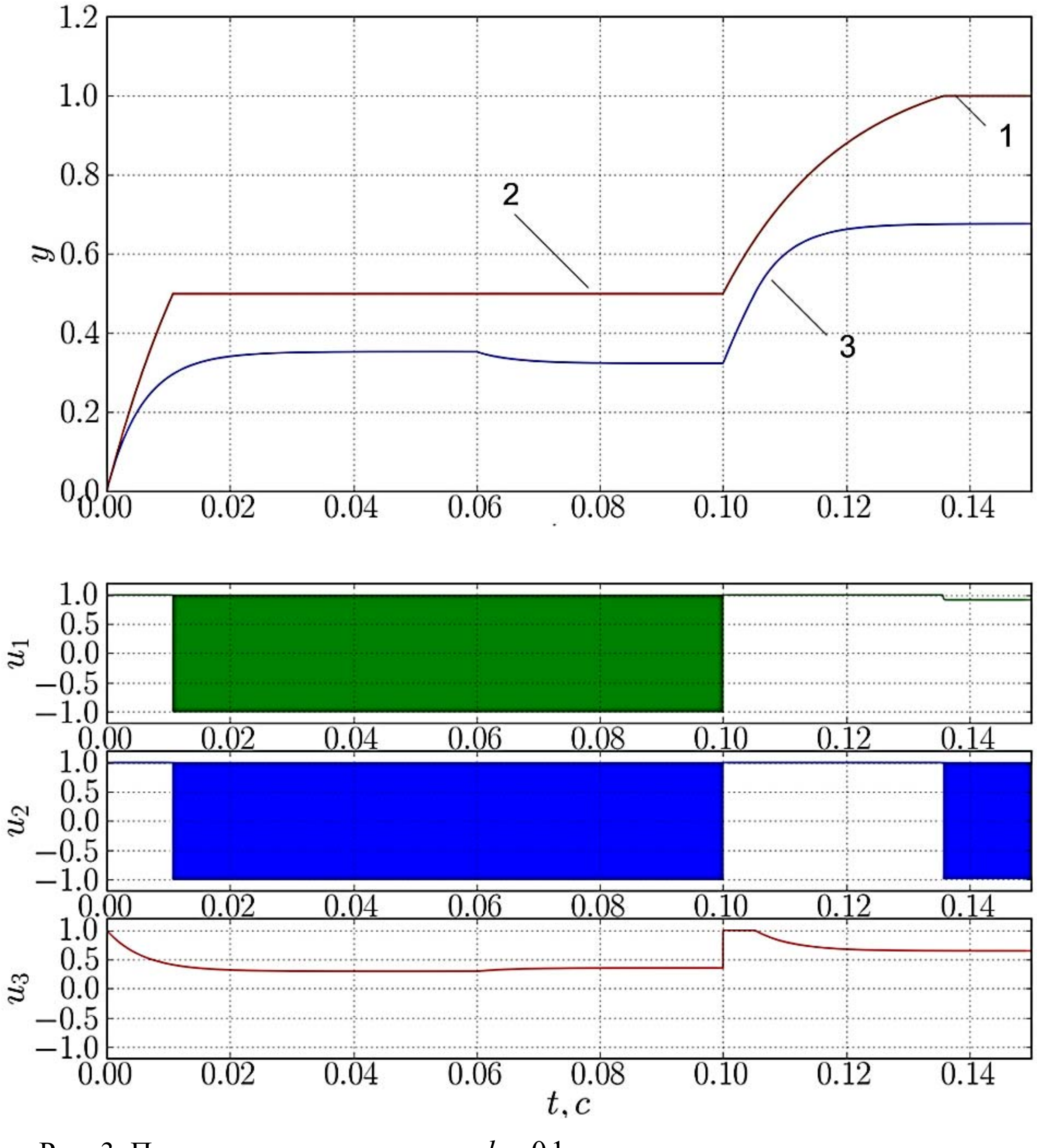

Рис. 3. Переходные процессы при $k = 0{,}1$

Для определения коэффициента k рассмотрим уравнение установившегося движения системы при условии отсутствия внешних возмущений:

$$a_{11}y + m_1 g\left|y^* - y\right|^{k\cdot|y|} sign\left(y^* - y\right) = 0\,. \tag{12}$$

Введем в рассмотрение желаемую ошибку системы:

$$\Delta y^* = y^* - y_c\,, \tag{13}$$

где y_c – установившееся значение регулируемой переменной

Тогда с учетом выражения (13) уравнение (12) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} &a_{11}\left(y^* - \Delta y^*\right) + m_1 g\left|\Delta y^*\right|^{k\cdot|y|} = 0; \quad при \quad y^* - y > 0; \\ &a_{11}\left(y^* - \Delta y^*\right) - m_1 g\left|\Delta y^*\right|^{k\cdot|y|} = 0; \quad при \quad y^* - y < 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Решение уравнений (14) дает следующие решения для коэффициента k :

$$k = \begin{cases} \dfrac{\ln\left(-\dfrac{a_{11}}{m_1 g}\left(y^* - \Delta y^*\right)\right)}{\left|y^* - \Delta y^*\right| \ln\left|\Delta y^*\right|} & \text{при} \quad y^* - y > 0; \\ \dfrac{\ln\left(\dfrac{a_{11}}{m_1 g}\left(y^* - \Delta y^*\right)\right)}{\left|y^* - \Delta y^*\right| \ln\left|\Delta y^*\right|} & \text{при} \quad y^* - y < 0. \end{cases} \tag{15}$$

Обобщая выражение (15), представим его следующим образом:

$$k = \frac{\ln\left(-\dfrac{a_{11}}{m_1 g}\left|y^* - \Delta y^*\right|\right)}{\left|y^* - \Delta y^*\right| \ln\left|\Delta y^*\right|}\,. \tag{16}$$

Путем предельного переход при $\Delta y^* \to 0$ из выражения (16) можно определить значение коэффициента k, при котором система будет эквивалентна астатической.

$$\lim_{\Delta y^* \to 0} k = \frac{\ln\left(-\dfrac{a_{11}}{m_1 g}\left|y^* - \Delta y^*\right|\right)}{\left|y^* - \Delta y^*\right| \ln\left|\Delta y^*\right|} = 0\,. \tag{17}$$

Подстановка выражения (17) в управляющее воздействие (8) показывает, что эквивалентна астатической будет система разрывного управления.

Переходные процессы, полученные в замкнутой системе при изменяющемся в соответствии с (16) коэффициенте k, показаны на рис. 4.

Полученные графики подтверждают выдвинутую ранее гипотезу и иллюстрируют работу непрерывной системы, показателями качества управления которой аналогичны показателям системы разрывного управления.

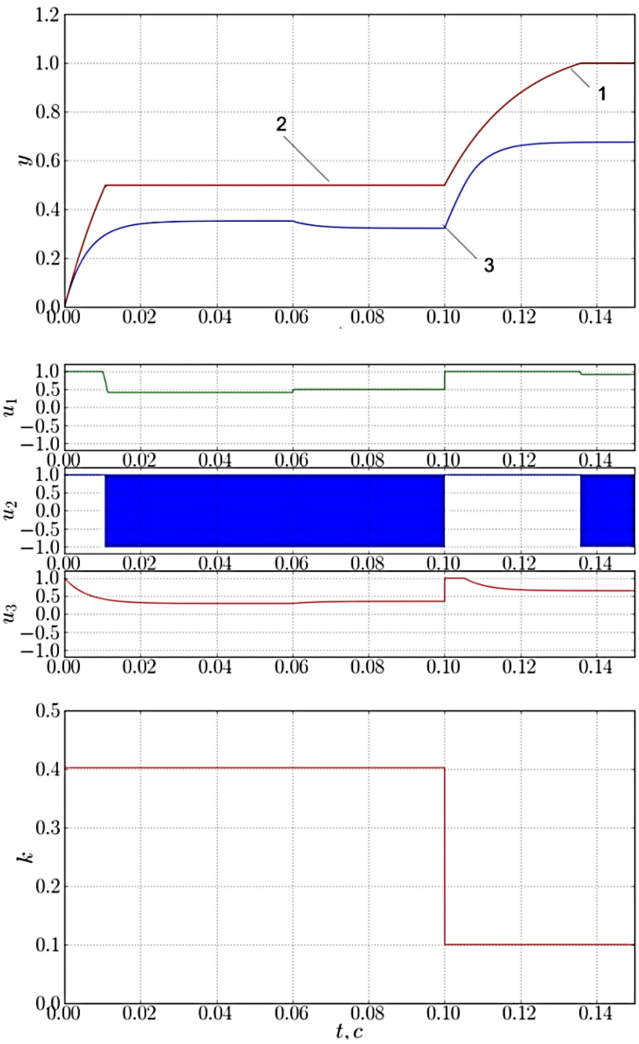

Рис. 4. Переходные процессы при изменяющемся коэффициенте k

ВЫВОДЫ

Приведенные математические выкладки и результаты моделирования позволяют сделать вывод о том, что использование в системах управления активационной функции вида (8), зависящей от регулируемой координаты, задающего воздействия и параметров объекта, позволяет строить системы управления, в которых реализуются скользящие режимы 2-го порядка, причем за счет форсированного увеличения управляющего воздействия такие системы являются инвариантными к действию внешних возмущений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1974. – 576 с.*

2. *Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сухинин, Ю. В. Сохина. – К. : ИСИМО, 1996. – 298 с.*

3. *Емельянов С. В. Новые типы обратной связи : управление при неопределенности / С. В. Емельянов, С. К. Коровин. – М. : Наука. Физматлит, 1997. – 352 с.*

4. *Волянский Р. С. Выбор функционала качества, минимизация которого обеспечивает возникновение скользящего режима 2-го порядка / Р. С. Волянский, Э. С. Роенко, К. А. Калюжный // Проблемы недропользования : сборник научных трудов Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова (технический университет). – СПб, 2010. – Ч. 1. – С. 208–211.*

5. *Волянський Р. С. Синтез оптимальной системы управления с иррациональной активационной функцией / Р. С. Волянський, А. В. Садовой // Весник НТУ «ХПИ» : Проблемы автоматизированного электропривода (Теория и практика). – 2010. – Вып. 28. – С. 49–51.*

Статья поступила в редакцию 28.09.2012 г.